

Schrödingers Katze kann aufatmen – und sei es auch nur ein letztes Mal

Birgit Bomfleur, ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR,
Camerloherstr. 19, D-85737 Ismaning
www.ScienceUp.de

Der Apfel fällt nicht weit vom Stamm. Sagt man. Lassen wir den wissenschaftlichen Nährwert der Aussage mal beiseite. Fest steht auf jeden Fall: Der Apfel fällt niemals nach oben. Und Herr Newton hat uns das vor über 300 Jahren auch anschaulich erklärt. Pech bloß: Die klassische, Newtonsche Mechanik ist mittlerweile längst durch die Quantenmechanik ersetzt worden. Und die ist leider etwas schwerer verständlich, oder, überspitzt formuliert: So ganz versteht sie keiner. Ganz besonders, wenn sie uns Dinge erklärt, die wir täglich sehen. Das geht schon damit los, dass es verschiedene Interpretations-Ansätze im Bereich der Quantenmechanik gibt. Besonders bereitet die quantenmechanische Beschreibung von Messprozessen Probleme.

In der Quantenmechanik ist es möglich, dass sich ein Teilchen in einem sogenannten **Überlagerungszustand** (Superposition) befindet. Betrachten wir zum Beispiel den Ort: So kann es sein, dass sich das Teilchen an keinem bestimmten Ort befindet. Das liegt nicht an unserer Unkenntnis des Systems, sondern daran, dass sich das Teilchen „gleichzeitig“ an mehreren Orten aufhält. Messen wir nun allerdings den Ort eines Teilchens, so stellen wir fest, dass es sich dann nur an einem einzigen Ort aufhält. Wie kann das sein? Wie kann ein Teilchen, das sich erst in einem Überlagerungszustand befand, nach der Messung einen konkreten „Ortszustand“ einnehmen?

Ende der 20er Jahre entstand um den dänischen Wissenschaftler Niels Bohr die bis heute verbreitete **Kopenhagener Deutung**. Danach führt die Messung durch einen „bewussten“ Beobachter dazu, dass das Teilchen, das sich zuvor in einem Überlagerungszustand befand, abrupt in einen der möglichen Zustände „springt“ (**Kollaps der Wellenfunktion**). Diese Deutung führte zu dem paradoxen und immer noch häufig zitierten Gedanken-Experiment von Schrödinger aus dem Jahr 1935 – der Ortszustand wird durch die Messgröße „tot“ oder „lebendig“ ersetzt: In einer nicht einsehbaren Kiste ist eine Katze eingesperrt (**Schrödingers Katze**), die einem Überlagerungszustand aus „lebend“ und „tot“ ausgesetzt ist. Erst die Messung durch einen **bewussten Beobachter** führt dazu, dass die Katze entweder lebendig oder tot ist.

In den letzten Jahren wurde die Kopenhagener Deutung mehr und mehr von der Theorie der **Dekohärenz** verdrängt. Demnach kollabiert die Wellenfunktion nicht erst durch einen Beobachter, sondern durch Wechselwirkungen des Systems mit der Umgebung. Der Mechanismus der Dekohärenz kann quantenmechanisch beschrieben werden. Die Dekohärenz-Zeit, also die Zeit, die das System zum Kollabieren benötigt, ist umso kürzer, je größer die Masse des Systems ist. Für Schrödingers Katze schafft das Klarheit: Sie muss nur noch unmerklich kurz in

einem Überlagerungszustand aus lebendig und tot verharren. Je wohlgenährter sie ist, desto schneller fällt die Entscheidung. Sie braucht keinen Beobachter mehr, der sich ihrer erbarmt und nach ihr sieht.

Zurek, einer der Entwickler dieser Theorie, hat in einer neulich veröffentlichten Rechnung [W.H. Zurek, Nature **412**, 712-717 (2001)] die Empfindlichkeit eines Quantensystems gegenüber Wechselwirkungen mit der Umwelt und damit die Effektivität der Dekohärenz ermittelt. Er zeigte unter anderem, dass chaotische Systeme eine besonders kurze Kohärenz-Zeit besitzen. Heißt für die Katze: Je fetter und chaotischer, desto schneller ist sie hin.

Nehmen wir die beiden Theorien – Kopenhagener und Dekohärenz – doch einmal näher unter die Lupe, und sehen wir, was aus Schrödingers Katze wird.

Die Kopenhagener Deutung

Das Messproblem:

In der Quantenmechanik wird ein dynamisches System zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 durch seine Wellenfunktion zu diesem Zeitpunkt $\Psi(t_0)$ dargestellt. Nach dem **Superpositionsprinzip** kann ein Quantensystem eine Eigenschaft haben, die man von den Wellen kennt: Es kann als **Superposition** (Überlagerung) verschiedener Zustände beschrieben werden – das betrachtete System verharrt gleichzeitig in mehreren Zuständen. Diese Eigenschaft führt zur Interferenzfähigkeit zwischen verschiedenen Zuständen und somit zu typischen quantenmechanischen Effekten, die man aus der klassischen Mechanik nicht kennt.

Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion wird durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben.

Betrachten wir nun ein mikroskopisches, quantenmechanisches Objekt, an dem wir eine Messung durchführen wollen. Die Eigenschaft, die wir messen wollen, soll nur zwei mögliche Werte annehmen können, welche durch die Zustände φ_a und φ_b beschrieben werden. (Sind mehrere Zustände möglich, so ist die mathematische Beschreibung etwas komplizierter, es ändert sich aber nichts prinzipiell.) Vor der Messung befinde sich das System in einer Überlagerung aus diesen Zuständen:

$$\varphi_{\text{Objekt}}(t_0) = a \varphi_a + b \varphi_b \quad (1)$$

Was bedeutet Superposition bzw. Überlagerung? Nach der statistischen Deutung von Born geben a^2 bzw. b^2 die Wahrscheinlichkeit an, das System bei einer Messung in dem Zustand φ_a bzw. φ_b vorzufinden. Im Gegensatz zur klassischen Physik, in welcher die Statistik immer dann Einzug findet, wenn unser Wissen über das System unvollständig ist, ist diese Beschreibung jedoch vollständig. Das System befindet sich weder in dem Zustand φ_a noch in dem Zustand φ_b , sondern in einer „echten“ Überlagerung aus beiden.

Das mikroskopische Objekt wird nun an eine Messapparatur gekoppelt, für die ebenfalls die Gesetze der Quantenmechanik Gültigkeit besitzen. Beide zusammen bilden ein abgeschlossenes

System, d.h. es finden keine Wechselwirkungen mit der Umgebung statt.

Die Messapparatur besitze ebenfalls nur zwei Zustände Φ_a und Φ_b (z.B. Lampe an oder aus) und befinde sich vor der Messung in dem Zustand Φ_a . In dieser Modellvorstellung findet vor der Messung keine Wechselwirkung zwischen Objekt und Messapparatur statt.

Der Gesamtzustand von Objekt und Messapparatur vor der Messung zur Zeit t_0 ist dann:

$$\Psi(t_0) = \varphi_{\text{Objekt}} \cdot \Phi_a = [a \varphi_a + b \varphi_b] \Phi_a \quad (2)$$

Erst während der Messung tritt eine Wechselwirkung zwischen beiden Systemen auf, die uns bekannt sei und folgende Auswirkung habe: Nach der Messung habe der Apparat die Wellenfunktion Φ_a (Lampe an), wenn er das mikroskopische Objekt in dem Zustand φ_a vorfindet und Φ_b (Lampe aus) bei φ_b . Am Ende der Messung zur Zeit t_1 befindet sich das Gesamt-System in einer Überlagerung von Zuständen, die den verschiedenen Einstellungen der Messapparatur entsprechen:

$$\Psi(t_1) = a \varphi_a \Phi_a + b \varphi_b \Phi_b = a \Psi_a(t_1) + b \Psi_b(t_1) \quad (3)$$

So etwas gibt es jedoch nicht, wir erwarten ein eindeutiges Messresultat. $\Psi(t_1)$ beschreibt nicht das Ergebnis einer Messung, so wie wir es kennen. Die Lampe ist entweder an oder aus. Die Beschreibung der Messung ist also unvollständig.

Um dieses Problem zu beheben, wurde ad hoc der **Kollaps der Wellenfunktion** eingeführt: Am Ende der Messung wird die Dynamik des Systems nicht mehr durch die Schrödinger-Gleichung beschrieben. Statt dessen *springt* die Wellenfunktion durch die Messung abrupt in einen der beiden Zustände $\Psi_a(t_1) = \varphi_a \Phi_a$ oder $\Psi_b(t_1) = \varphi_b \Phi_b$ mit einer Wahrscheinlichkeit von a^2 bzw. b^2 . Das zu beobachtende Objekt befindet sich nicht mehr in einer Superposition, sondern – je nach Ergebnis der Messung – entweder in dem Zustand φ_a oder φ_b .

Der Kollaps der Wellenfunktion ist eine empirisch eingefügte Eigenschaft, sie lässt sich nicht aus der Schrödinger-Gleichung herleiten. Der Haken an der Sache (**quantenmechanisches Messproblem**): Wenn wir keine Messung durchführen, entwickelt sich das System gemäß der Schrödinger-Gleichung. Führen wir hingegen eine Messung durch, so kollabiert das System abrupt, und die Schrödingersche Zeitentwicklung wird kurzfristig außer Kraft gesetzt.

Wie kommt es zu diesem Kollaps?

Nach der **Kopenhagener Deutung** ist ein *bewusster Beobachter* nötig, um den Zusammenbruch der Wellenfunktion hervorzurufen. Genau in dem Augenblick der Beobachtung entscheidet sich das gesamte System, ob es sich in dem Zustand Ψ_a oder Ψ_b befindet.

Nebenbei sei hier noch die **Vielwelten-Interpretation** genannt, da sie sich prima für Science-Fiction-Geschichten eignet. Nach der Messung existieren zwei parallele Welten: eine, in dem

sich das Objekt in dem Zustand Ψ_a befindet, und eine Welt mit Ψ_b .

Keine dieser Interpretationen sagt uns jedoch, wie dieser Kollaps physikalisch abläuft.

Schrödingers Katze

Bisher haben wir uns nur mit mikroskopischen Objekten beschäftigt. Auch wenn die Physiker heutzutage Atome *sichtbar* machen können, interessiert uns doch eigentlich, was die Quantenmechanik für alltägliche Gegenstände wie zum Beispiel ein Auto oder eben eine Katze bedeutet.

Nimmt das Objekt, das wir quantenmechanisch beschreiben wollen, makroskopische Ausmaße an, so bekommen wir jedoch Schwierigkeiten. Nach dem bisher Gesagten befindet sich das gesamte System (zu messendes Objekt + Messapparatur) vor der Messung in einem Überlagerungszustand $\Psi(t_0)$. Makroskopisch sind uns solche Zustände jedoch nicht bekannt. Schrödinger legte dieses Problem mit seinem berühmt gewordenen Gedanken-Experiment dar:

Eine Katze wird zusammen mit einem Geigerschen Zählrohr in eine Kammer gesteckt. In der Kammer befindet sich eine geringe Menge radioaktiver Substanz, wobei die Wahrscheinlichkeit, dass eines der Atome nach einer Stunde zerfallen ist, 50 Prozent beträgt. Zerfällt ein Atom, registriert dies das Zählrohr und lässt mit einem Hammer eine Behälter mit Giftgas zerschlagen. Die Katze stirbt.

Die radioaktive Substanz befindet sich nach einer Stunde in einer Superposition aus „zerfallen“ φ_a und „nicht zerfallen“ φ_b . Da das Leben der Katze von dem Zustand der radioaktiven Substanz abhängt, befindet sich diese ebenfalls in einem Überlagerungszustand (Abb. 1): „Katze lebt“ und „Katze tot“.



Abbildung 1: Schrödingers Katze in einem Überlagerungszustand

Das gesamte System wird beschrieben durch

$$\Psi(t_1) = a \Psi_a(t_1) + b \Psi_b(t_1), \quad (4)$$

wobei $\Psi_a(t_1)$ für „Atom zerfallen, Katze tot“ und $\Psi_b(t_1)$ für „Atom nicht zerfallen, Katze lebt“ steht. Schrödingers Katze besitzt weder die Eigenschaft tot noch lebendig. Erst wenn jemand in

die Kiste sieht, geht die Katze durch den Kollaps der Wellenfunktion in einen der Zustände „tot“ (Abb. 2) oder „lebendig“ (Abb. 3) über. Nach der Kopenhagener Deutung ruft der bewusste Beobachter diesen Kollaps hervor.



Abbildung 2:
Tote Schrödinger-Katze



Abbildung 3:
Lebendige
Schrödinger-Katze

Bisher hat logischerweise noch keiner eine Katze in einer solchen Superposition angetroffen. Doch vorstellen kann man sich das auch nicht. Der Haken an der Kopenhagener Deutung ist die Rolle des bewussten Beobachters – ich messe, also ist sie. Aber: Kann sich eine Katze nicht darüber bewusst sein, ob sie tot oder lebendig ist? Wo ist die Grenze zwischen quantenmechanischen („unbewussten“) und bewussten Systemen? Schließlich bestehen wir doch auch aus quantenmechanischen Objekten wie Elektronen und Atome. Die Konsequenzen der Kopenhagener Deutung: Muss uns laufend jemand beobachten, damit wir nicht in einer Überlagerung aus verschiedenen Zuständen verharren müssen? Und wer beobachtet diese Person? Oder mit den Worten von Harry Mulisch aus seinem Roman „Die Entdeckung des Himmels“: „Müsste, um die Welt zusammenzuhalten, nicht eigentlich immer jemand ununterbrochen auf sie schauen?“ Mit Hilfe der Dekohärenz-Theorie lässt sich ein Ausweg aus diesem Dilemma finden.

Der Mechanismus der Dekohärenz

Die Interferenz-Fähigkeit eines Systems in einer Superposition kann man auch mit Kohärenz bezeichnen. Das System befindet sich in einem kohärenten Überlagerungszustand. Ein „gemessenes“ System hat diese Fähigkeit verloren – nach der Kopenhagener Deutung ist der Kollaps der Wellenfunktion die Ursache dafür. Die Dekohärenz beschreibt im Prinzip auch nichts anderes als den Übergang des kohärenten Überlagerungszustandes der Form (2) in einen „messbaren“, nicht interferenzfähigen Zustand – jedoch mit Hilfe der Quantenmechanik. Nach dieser Theorie kollabieren quantenmechanische Überlagerungszustände nicht plötzlich durch eine Beobachtung (Messung), sondern kontinuierlich durch Wechselwirkungen mit der Umwelt. Grundlage der Theorie ist, dass man das mikroskopische Objekt plus die Messapparatur nicht als abgeschlossenes (isoliertes), sondern als offenes System betrachten muss. Die Messapparatur ist ein makroskopisches System, welches mit der Umgebung (Luft, einfallendes Licht etc.) in

vielfältiger Wechselwirkung steht. Daher muss in der Beschreibung des Systems vor und nach der Messung auch die Umgebung berücksichtigt werden, die ebenfalls den quantenmechanischen Gesetzen gehorcht.

Das Teilsystem aus Objekt und Messapparatur kann nicht isoliert beschrieben werden, es steht in **ständiger Wechselwirkung mit der Umgebung**.

Im Gegensatz zu einem isolierten System, das sich ungestört von äußeren Einflüssen entwickeln kann (wie es die Kopenhagener Deutung voraussetzt), wird der Zustand des Teilsystems ständig gestört – vergleichbar mit Relaxationsprozessen. Dadurch kann man das Teilsystem nicht mehr durch einen kohärenten Überlagerungszustand der Form (3) beschreiben. Mathematisch lässt sich zeigen, dass durch die vielfältige Wechselwirkung die Fähigkeit zur Interferenz verloren geht. Zwar können wir immer noch nicht sagen, in welchem der beiden Zustände sich das System befindet, aber diesmal liegt das tatsächlich an unserer Unkenntnis – wir haben ein klassisches statistisches Problem vorliegen.

Des Rätsels Lösung liefert uns die Dekohärenz auch nicht, denn der Übergang zum einzelnen Messwert kann sie auch nicht erklären. Aber wir sind einen Schritt weiter, denn wir müssen die Wellenfunktion nicht mehr künstlich kollabieren lassen.

Die Dekohärenz ist ein dynamischer Prozess. Im Gegensatz zum abrupten Kollaps der Wellenfunktion findet der Verlust der Kohärenz kontinuierlich mit der **Dekohärenz-Zeit** statt.

Man kann mit Recht fragen, warum die Dekohärenz nur durch die Wechselwirkung mit der Umwelt aufzutreten scheint. Die Antwort lautet: Dieser Prozess findet in Wirklichkeit überall statt, allerdings mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Im Gegensatz zu makroskopischen können mikroskopische Systeme sehr lange in einem kohärenten Zustand verharren. In der Modell-Vorstellung, die zur Beschreibung der Kopenhagener Deutung gewählt wurde, bekam die Messapparatur nur einen Freiheitsgrad für die Wechselwirkung mit dem Objekt zugeschrieben (Lampe an oder aus) und wurde somit eigentlich als mikroskopisches Objekt beschrieben.

Um zu verstehen, warum wir makroskopische Objekte bisher noch nie in einer Überlagerung angetroffen haben, müssen wir uns also mit der Dekohärenz-Zeit t_D beschäftigen. Diese ist umgekehrt proportional zur Temperatur T und zur Masse m des Systems:

$$t_D \sim 1 / (T \cdot m) \quad (5)$$

Für makroskopische Systeme bei nicht allzu tiefen Temperaturen bedeutet das, dass der Verlust der Quanten-Kohärenz zwar kontinuierlich, aber sehr schnell im Vergleich zu anderen beteiligten Zeitskalen stattfindet. In mikroskopischen Systemen mit sehr viel geringeren Massen hingegen kann die viel längere Dekohärenz-Zeit zu Quanten-Effekten führen.

In einer kürzlich veröffentlichten Rechnung [W.H. Zurek, Nature **412**, 712-717 (2001)] analysierte Zurek eine quantenmechanische Version eines chaotischen Systems. Er konnte zeigen, dass diese Systeme besonders schnell ihre Kohärenz verlieren. Somit lässt sich die Effektivität der Dekohärenz – die Empfindlichkeit quantenmechanischer Systeme gegenüber Wechselwirkungen mit der Umgebung – besser abschätzen.

Welches Interesse sollte nun Schrödingers 3 Kilo schwere Katze an unseren Feststellungen haben? Sie enthält grob geschätzt 10^{25} Atome. Ein einzelnes Kohlenstoff-Atom hingegen besitzt knapp die Masse $2 \cdot 10^{-23}$ kg. Die Katze ist also eindeutig ein makroskopisches System – ein Grund mehr, ihr weiterhin fleißig Sahne in die Milch zu rühren – und steht daher in vielfältiger Wechselwirkung zur Umgebung. Deshalb kollabiert die Superposition aus lebender und toter Katze blitzschnell, und die Katze ist entweder tot oder lebendig. Wir hoffen sicher alle, dass sie lebt.

Die Dekohärenz-Zeit spielt auch eine große Rolle bei der Entwicklung von Quantencomputern. Die kleinste Informationseinheit eines Quantencomputers ist das Quantenbit, welches im Gegensatz zum klassischen Bit nicht nur einen von zwei Zuständen (0 oder 1) annehmen kann, sondern sich in einer kohärenten Überlagerung zweier Zustände befindet. Bei Verlust der Kohärenz geht auch die Information verloren.

Birgit Bomfleur

© 2001 ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR, Alle Rechte vorbehalten. Nichtkommerzieller Nachdruck und Wiedergabe gestattet bei Quellenangabe ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR, www.ScienceUp.de.