

## Anmerkungen zur Heisenbergschen Unschärferelation anlässlich der von A. Zeilinger vorgestellten Beugungsexperimente mit Fullerenen

Günter Sturm, ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR,  
Camerloherstr. 19, D-85737 Ismaning  
www.ScienceUp.de

In der Quantenwelt gelten andere Gesetze als in der Welt, die wir "direkt" wahrnehmen. Eine der - für unser "Alltagsempfinden" - ungewöhnlichsten Eigenschaften ist die **Heisenbergsche Unschärferelation**:

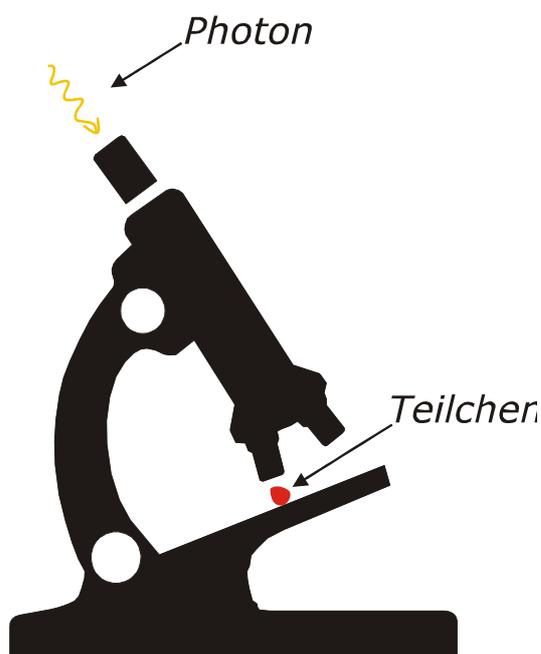
Der Impuls (die "Bewegung") eines Teilchens und sein Aufenthaltsort müssen folgender Gleichung genügen:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{4\pi} h$$

*Gleichung 1: Heisenbergsche Unschärferelation*

Das Produkt aus der "Impulsungenauigkeit" und der "Ortsungenauigkeit" muss also in der Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums  $h$  sein ( $h = 6.62 * 10^{-34}$  Joule Sekunden). Das heißt, man kann den Ort und den Impuls eines Teilchens (bezüglich der gleichen Koordinate) nicht beliebig genau bestimmen. Ist das zu verstehen?

Machen wir ein **Gedankenexperiment**, das von Heisenberg selbst vorgeschlagen wurde:



*Abb. 1: Gedankenexperiment von Heisenberg zur Unschärferelation*

Ein Experimentator legt ein Teilchen unter ein Mikroskop und will so den Ort des Teilchens exakt bestimmen. Dazu verwendet er Licht immer kleinerer Wellenlänge, um die Auflösung zu erhöhen. Zumindest ein Photon muss durch das Mikroskop auf das Teilchen fallen, um es "sehen" zu können. Nach der de Broglie Gleichung (*Gleichung 2*) besitzt dieses Photon einen Impuls  $p$ , der umso größer ist, je kleiner seine Wellenlänge ist:

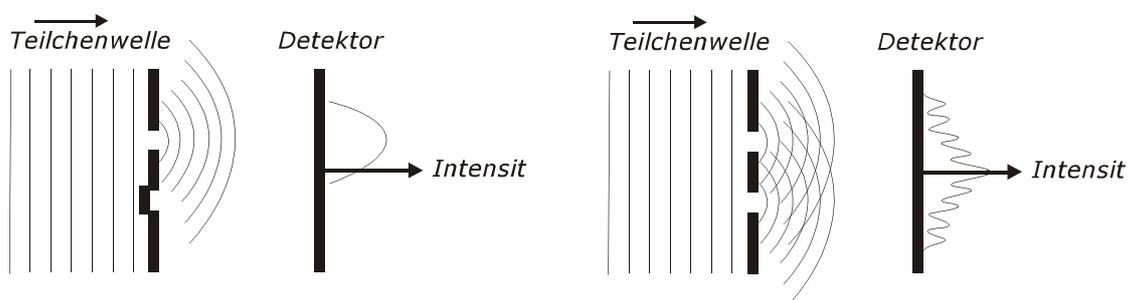
$$\text{Wellenlänge } \lambda = \frac{h}{p}$$

*Gleichung 2:*

De Broglie Beziehung zwischen der Wellenlänge eines Teilchens und seinem Impuls.  $h$  ist das Plancksche Wirkungsquantum.

Also erfährt das Teilchen durch die "Messung" seines Ortes selbst einen Impuls (es wird "angestossen"). Damit kann sein Ort nicht präzise bestimmt werden. Eine quantitative Auswertung dieses Gedankenexperiments führt zu Gleichung (*1*). Angemerkt sei noch, dass dieses Experiment als reines GEDANKEN-Experiment zu verstehen ist und natürlich so nicht durchgeführt werden kann.

Die de Broglie-Gleichung gilt nicht nur für Photonen, sondern für alle Quantenteilchen. Also hat jedes Teilchen auch Eigenschaften einer Welle (Materiewelle). Diese Welleneigenschaft von Quantenteilchen kann in einem **Beugungsexperiment** (*Abb. 2*) nachgewiesen werden. Dabei lässt man einen Teilchenstrahl, der z. B. aus Elektronen oder Neutronen bestehen kann, auf ein "Gitter" auftreffen, das von einem geeigneten Kristall gebildet wird. Vereinfacht kann man sich das so vorstellen, dass die Atome des Kristalls eine "Wand" mit zwei "Spalten" bilden, an denen die Teilchen gebeugt werden. Hinter der Wand entsteht dann durch Interferenz - abhängig von der Spaltbreite - ein charakteristisches Beugungsmuster, das mit einem geeigneten Detektor nachgewiesen wird. Dieses Beugungsmuster kann nur im "Wellenbild" der Teilchen erklärt werden, da z. B. bei zwei geöffneten Spalten "dunkle" Stellen beim Detektor an Orten auftreten, die, wenn jeweils ein Spalt abgedeckt wird, "hell" sind:



*Abb. 2:* Beugung am Doppelspalt. Um die Darstellung nicht unnötig zu komplizieren, wird in dieser Grafik die Beugung am Einfachspalt vernachlässigt.

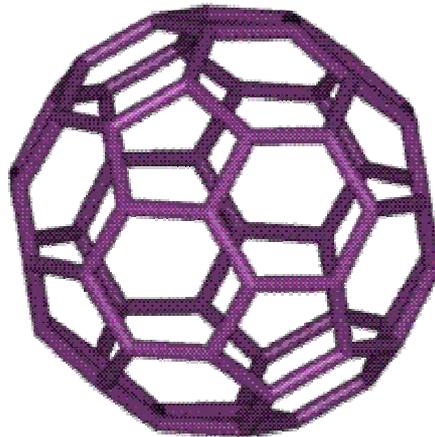
Je genauer der Ort eines Teilchens bekannt ist (je schmaler die Spalte sind), desto weniger weiß man nach der Unschärferelation über seinen Impuls (desto stärker sind die Schwankungen in den gemessenen Wellenlängen).

### **Aber ab welcher "Größe" beginnt die Quantenwelt?**

Wird analog zu einem Elektron am Kristall auch ein Auto an einer Baumreihe gebeugt? Offensichtlich nicht, und ich wünsche Ihnen, dass Sie dies auch nie unfreiwillig testen...

Die Frage nach der Grenze zwischen Quantenwelt und "unserer" Welt ist nicht endgültig geklärt. Es stellt sich die Frage, ob es überhaupt eine Grenze gibt, ab der die quantenmechanische Wellennatur nicht mehr vorhanden ist. Kann die Heisenbergsche Unschärferelation auch im Großen, also in der makroskopischen Welt, nachgewiesen werden? Ist das nur ein experimentelles Problem (zu kleine Effekte, um sie nachzuweisen), oder gibt es eine "echte" Grenze? Roger Penrose vermutet [1], dass die Gesetze der Quantenmechanik auf die der klassischen Physik reduziert werden, sobald die allgemeine Relativitätstheorie, also die Gravitation, eine Rolle spielt.

Die Arbeitsgruppe von A. Zeilinger hat in letzter Zeit erfolgreich **Beugungsexperimente mit Fullerenen** (Abb. 3) durchgeführt. Diese Moleküle bestehen ausschließlich aus Kohlenstoff-Ringen und sind, neben Graphit und Diamant, eine weitere Modifikation des elementaren Kohlenstoffs. Fullerene sind etwa 10 mal größer als alle anderen Moleküle, mit denen bislang Beugungsexperimente gelangen. Zudem haben sie eine komplexe innere Struktur und sind daher von ihren physikalischen Eigenschaften her viel komplizierter als die bisher für Beugungsexperimente verwendeten Moleküle.



*Abb. 3:* C<sub>60</sub>-Molekül (Fulleren, "buckyball").  
Es besteht ausschließlich  
aus Kohlenstoff 5- und 6-Ringen.

Fullerene sind so stabil, dass aus den in einem Ofen auf etwa 600°C erhitzten Molekülen durch Sublimation ein Molekularstrahl erzeugt werden kann. Bereits 1999 gelangen Beugungsexperimente mit C<sub>60</sub>-Molekülen [2], die auf ein Beugungsgitter aus Silizium-Nitrid geschickt wurden. Durch zwei Spalte ("Kollimationsspalte", nicht Beugungsspalte), die vor dem eigentlichen Beugungsgitter angebracht waren, wurde nur ein bestimmter "Geschwindigkeitsbereich" der Fullerene erfasst. Zeilinger erhielt so annähernd eine "monochromatische" Quelle, also mit nur einer einzigen de Broglie Wellenlänge, die lediglich 2.5 picoMeter beträgt. Dies ist 400 mal kleiner als der Durchmesser des Moleküls.

Vor kurzem wurden nun auch Beugungsexperimente mit C<sub>70</sub> [3] durchgeführt. Dieses ebenfalls kugelförmige Molekül besteht ausschließlich aus 70 Kohlenstoff-Atomen. Damit ist es das bisher größte, komplexeste und heißeste Teilchen, an dem jemals Wellencharakter nachgewiesen werden konnte. Im Gegensatz zu den ersten Beugungsexperimenten an C<sub>60</sub> wurde hier die Beugung an einem Einfachspalt durchgeführt, dessen Breite piezoelektrisch variiert wurde [4]. Die erhaltenen Ergebnisse standen dabei in perfekter Übereinstimmung mit der Heisenbergschen Unschärferelation. Je geringerer die Spaltbreite war - also je genauer der Ort der Fullerene bestimmt war - desto größer waren die Schwankungen bei der Impulsmessung.

Die Grenze zwischen unserer Welt und der Quantenwelt ist also auch bei einem so großen Molekül noch nicht erreicht. Kann man sogar ein Beugungsexperiment mit einfachen Viren durchführen, die zehnmal größer sind als Fullerene?

Es bleibt spannend...

Günter Sturm

Zusätzliche Informationen finden Sie auf der (englischsprachigen) Homepage der Arbeitsgruppe von Prof. Zeilinger: <http://www.quantum.univie.ac.at/research/c60/index.html>

### Literaturverzeichnis:

- [1] "On gravity's role in quantum state reduction",  
Roger Penrose, *Gen. Rel. Grav.* 28, 581-600 (1996).
- [2] "Wave-particle duality of C<sub>60</sub> molecules",  
Markus Arndt, Olaf Nairz, Julian Vos-Andreae,  
Claudia Keller, Gerbrand van der Zouw, Anton Zeilinger,  
*Nature* Vol. 401, No. 6754, p. 680 (1999).
- [3] "Fullerene auf unbestimmter Bahn."  
Unschärferelation auch für größere Fußballmoleküle.  
*Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 06.06.2001, Nr. 129 / Seite N1.

- [4] "Experimental verification of the Heisenberg uncertainty principle for hot fullerene molecules"  
Olaf Nairz, Markus Arndt, Anton Zeilinger,  
submitted to *Physical Review Letters*, (2001).

© 2001 ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR, Alle Rechte vorbehalten. Nichtkommerzieller Nachdruck und Wiedergabe gestattet bei Quellenangabe ScienceUp Sturm und Bomfleur GbR, [www.ScienceUp.de](http://www.ScienceUp.de).